
OPENCURVE

A BIT OF MATHS AND PHYSICS. FOR EVERYONE.

WANNEER EN WAAROM VERMENIGVULDIG JE KANSEN MET ELKAAR?

door @kjrnia
2019-01-25

Op de middelbare school heb je misschien geleerd dat je soms kansen met elkaar moet vermenigvuldigen. We bespreken kort wanneer en waarom je dit doet.

Eerst wat over de notatie van kansen. Als je met een ideale dobbelsteen gooit, is de gebeurtenis dat je een zes gooit 1 van de 6 mogelijkheden. Dat schrijven we op als een breuk, $1/6$, of

$$\frac{1}{6}.$$

We zeggen dan dat je een kans van 1 op 6 hebt om bijvoorbeeld een 6 te gooien. De kans is $1/6$, een zesde.

Dat betekent dus ook dat de kans dat je *een* getal gooit – dat kan dus *ieder* getal zijn: 1, 2, 3, 4, 5 of 6 – gelijk is aan

$$\frac{6}{6} = 1.$$

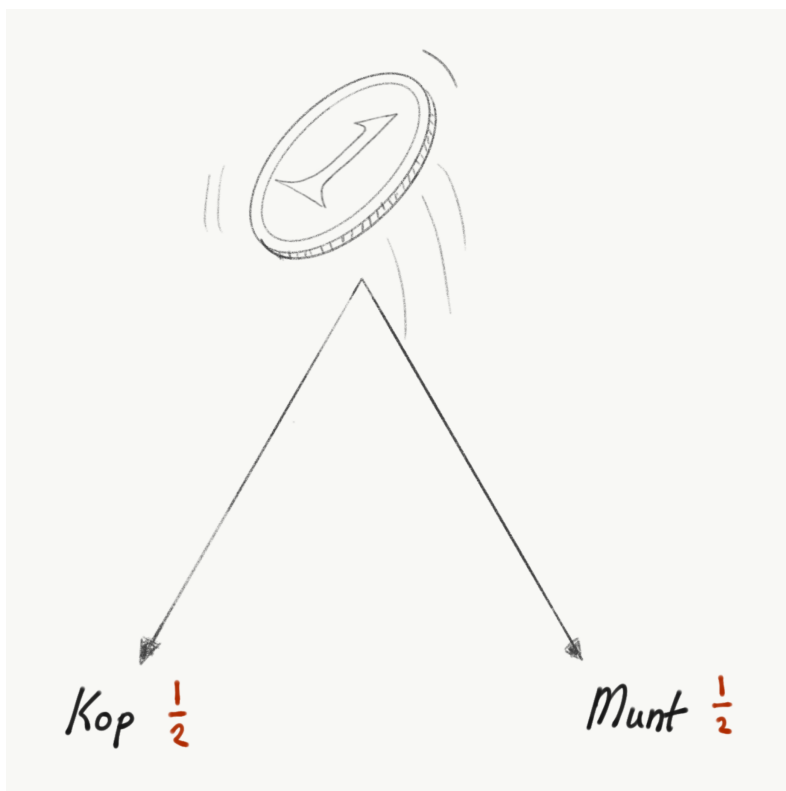
Als je met een dobbelsteen gooit, is de kans dus 1 dat je *een* getal gooit, oftewel 100%. Kortom, als iets 100% zeker gaat gebeuren, is de kans 1. En als iets met een zekerheid van minder dan 100% gaat gebeuren, dan is de kans een zoveelste deel van 1.

Ten slotte nog een belangrijke mededeling over het vermenigvuldigen met een breuk: als je een zoveelste deel, bijvoorbeeld $1/2$, van iets berekent, bijvoorbeeld 16, dan kun je dat op twee manieren opschrijven. Je deelt 16 door 2 of je vermenigvuldigt 16 met $1/2$. Het is hetzelfde. Oftewel:

$$\frac{16}{2} = 16 \times \frac{1}{2} = 8.$$

Twee munten

Stel, je gooit euro #1 in de lucht. Het wordt kop of munt. In Figuur 1 is dat schematisch weergegeven. De kans dat je kop gooit, is $1/2$. De kans dat je munt gooit, is $1/2$.



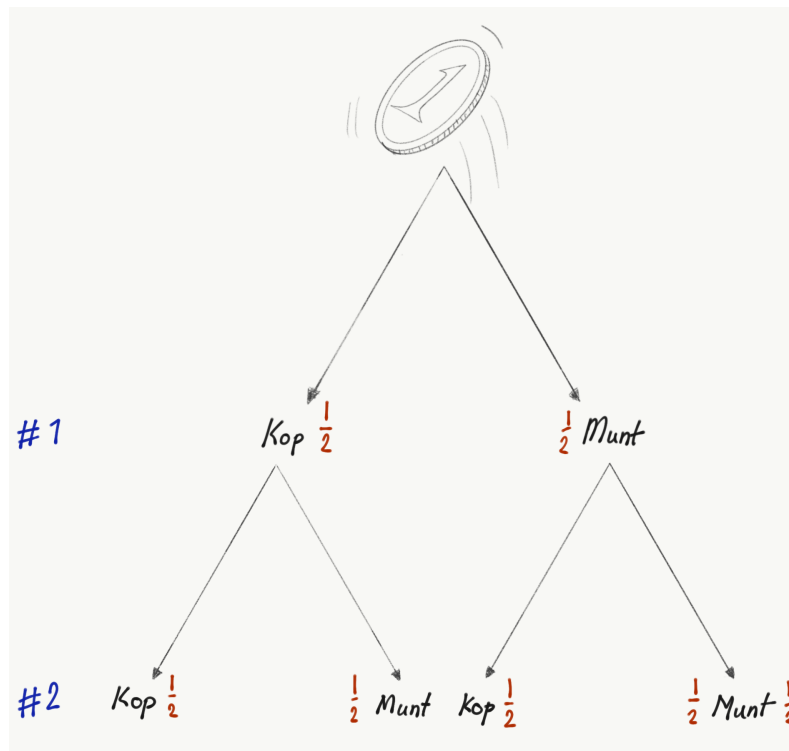
Figuur 1: Kop of munt

Stel, je gooit euro #1 en euro #2 in de lucht. In Figuur 2 is die situatie schematisch weergegeven.

Stel jezelf nu de vraag: van alle keren dat ik met euro #1 kop gooide, hoe vaak zou je met euro #2 kop hebben gegooid? Het antwoord is dat je in de helft van alle keren dat je de euro's omhoog gooide, euro #1 kop werd. Weer de helft *daarvan* gooide je kop met euro #2.

Wat is de helft van een helft? Dat is

$$\underbrace{\frac{1/2}{2}}_{\text{de helft van de helft}} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}.$$



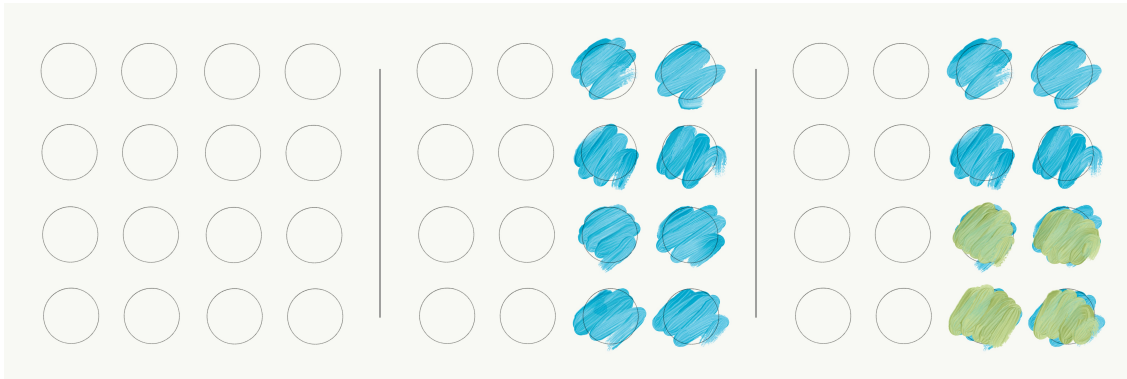
Figuur 2: Kop of munt

Een deel van een deel

Zie Figuur 3. Stel, we gooien in totaal 16 keer twee munten. Stel nu dat daarvan munt nummer 1 voor de helft kop blijkt; we kleuren de helft blauw. De vraag is, van de hoeveel keren dat munt nummer 1 kop is, gooien we kop met de tweede munt? Dat is wéér de helft. De helft van de helft. Die kleuren we groen.

Van het totaal, het hoeveelste deel is groen? De helft (4) van de helft (8) van het totaal (16), dus 4 van 16, oftewel 1 van 4. Wat is dus de kans dat je groen gooit (munt nr. 2 is kop) als je voor de helft van het totaal blauw gooit (munt nr.1 is kop)?

$$\frac{1/2}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}.$$



Figuur 3: Van links naar rechts: het totaal, de helft van het totaal en de helft van de helft van het totaal

Een euro en een dobbelsteen

Nog een voorbeeld. Stel, je gooit een euro en een dobbelsteen in de lucht. De kansverdeling van kop of munt is $1/2$, zoals we inmiddels weten. Voor de dobbelsteen ligt dat iets anders. Het kan 1, 2, 3, 4, 5 of 6 worden. Dus de kans dat je 6 gooit, is $1/6$.

Van alle keren dat je met de euro kop gooide – en dat is de helft van het totale aantal pogingen – hoe vaak zou je een 6 hebben geworpen met de dobbelsteen? Dat is dus *1/6e deel van van de helft* van het totale aantal pogingen. Oftewel,

$$\frac{1/2}{6} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{12}.$$

Conclusie

Stel dus dat de kans $2/3$ is dat gebeurtenis A plaatsvindt en de kans is $1/6$ dat gebeurtenis B plaatsvindt en $4/5$ dat gebeurtenis C plaatsvindt, dan is de kans dat een combinatie van de gebeurtenissen A , B en C optreedt gelijk aan

$$\frac{\frac{2}{3}}{\boxed{A}} \times \frac{\frac{1}{6}}{\boxed{B}} \times \frac{\frac{4}{5}}{\boxed{C}} = \frac{8}{90} = \frac{4}{45} \approx 0.088 \dots,$$

en dat is 8,9% afgerond op één decimaal.

Om te weten wat de kans op een combinatie van gebeurtenissen is, berekenen we dus in feite de zoveelste keer van een zoveelste keer. En een zoveelste keer van een zoveelste keer (van een zoveelste keer, etc...) is hetzelfde als het vermenigvuldigen van de twee (of meer) breuken.